Circle Exercise - 2(A)

Solution

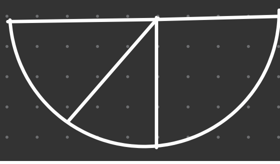
ePathshala

Ritesh

'କ' Exercise - 2(a)

1. (i) ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ଏକ ବକ୍ରରେଖାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ଉକ୍ତ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାରେ ଥିଲେ ବକ୍ରରେଖାଟିକୁ ବୃତ୍ତ କୁହାଯାଏ ।

(F)



ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ

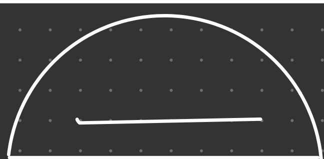
ii) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ କୌଣସି ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏକ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ । → T

iii) ଏକ ବୃତ୍ତର ଅସଂଖ୍ୟ ବ୍ୟାସ ରହିଛି । → T

iv) କେନ୍ଦ୍ର, ବୃତ୍ତର ଏକମାତ୍ର ବିନ୍ଦୁ ଯାହା ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ । → T

(v) ଏକ ଜ୍ୟା ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ଯେଉଁ ଦୁଇ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ସେମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ଅଟନ୍ତି ।

(T)



ଉତ୍ତଳ

ଅବତଳ

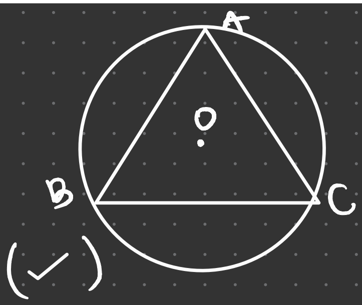
vi) ବୃତ୍ତର ଏକ ବ୍ୟାସ ଗୋଟିଏ ଜ୍ୟାକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କଲେ ସେମାନେ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟନ୍ତି ।

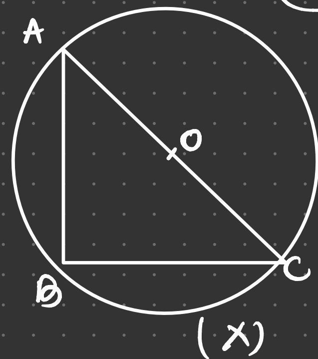
ଉପପାଦ୍ୟ-7

(T)

(vii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିକେନ୍ଦ୍ର ଏହାର ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ।

(F)

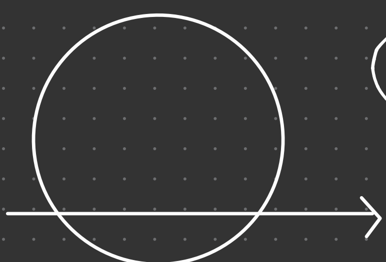




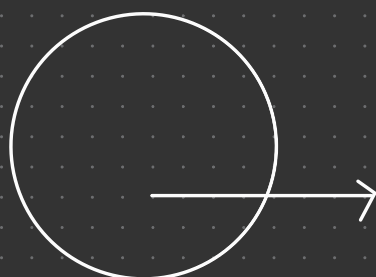
viii) ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର, ଏହାର ଏକମାତ୍ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଯାହାଠାରୁ ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା ସମାନ ।

(T)

ix) ଏକ ରଶ୍ମୀ ବୃତ୍ତକୁ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ । ତେବେ ରଶ୍ମୀର ଆଦ୍ୟ ବିନ୍ଦୁଟି ବୃତ୍ତର ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ହେବ ।



(T)



(x) ଏକ ବୃତ୍ତରେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା ହେଲେ B ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $\angle ABC$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।

ΔAOB & ΔBOC

$AO = CO$

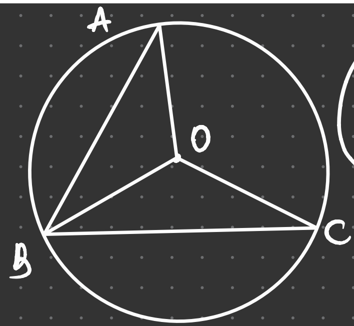
BO common ବାହୁ

$AB = BC$ ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା

$\Delta AOB \cong \Delta COB$

$\angle ABO = \angle CBO$

$\overline{OB}$ $\angle ABC$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ (proved)



T

(xi) ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇ ବା ତତୋଧିକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ।

F

(xii) ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକୁ ସର୍ବଦା ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ ।

T

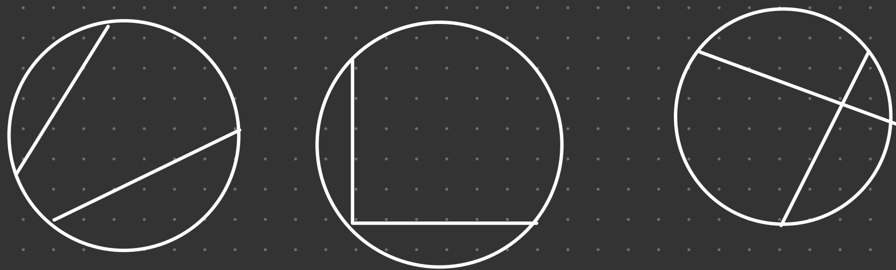
୨.(i) ଦୁଇଟି ଅସମାନ୍ତର ଜ୍ୟାର ଛେଦବିନ୍ଦୁ .... ଅଟେ ।

a) ବୃତ୍ତର ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ

b) ବୃତ୍ତର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ

c) ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ

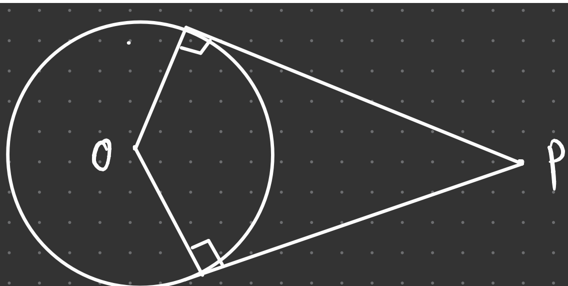
d) ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ କିମ୍ବା ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ



(ii) P ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ବୃତ୍ତ ଉପରେ P ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ .... ଯୋଡ଼ା ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ।

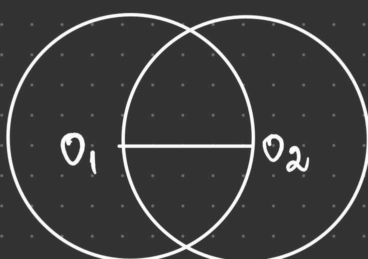
a) 1 b) 2 c) 8 d) ଅସଂଖ୍ୟ

୨ଟି = 1 ଯୋଡ଼ି



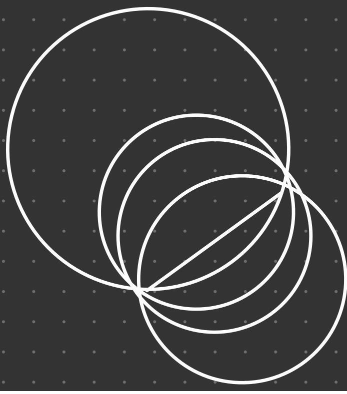
(iii) ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ସର୍ବାଧିକ .... ଟି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ହୋଇ ପାରିବ ।

a) 1 b) 2 c) 4 d) ଅସଂଖ୍ୟ



(iv) ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ସର୍ବାଧିକ .... ଟି ବୃତ୍ତର ଜ୍ୟା ହୋଇପାରିବ ।

a) 1 b) 2 c) 4 d) ଅସଂଖ୍ୟ



(v) ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ଜ୍ୟାର ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ 5 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ଏବଂ ଜ୍ୟାଟିର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ 3 ସେ.ମି ଦୂରରେ ଅଛି । ଜ୍ୟାଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ .... ସେ.ମି. ।

a) 8 b) 12 c) 16 d) 20

Given $AO = 5cm$

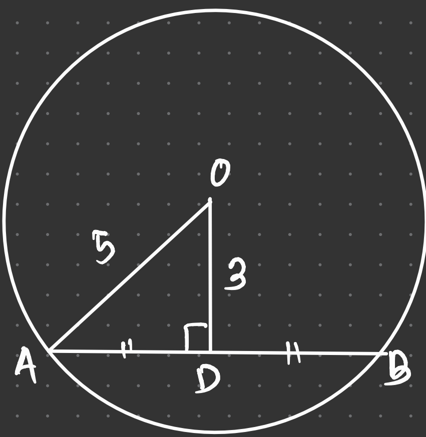
$DO = 3cm$

$AD = 4cm (\sqrt{5^2 - 3^2})$

($\because \triangle AOD$ ସମକୋଣୀ Δ)

$AB = 2 \times AD = 2 \times 4$

$= 8\ cm$



'ଖ' ବିଭାଗ

3. ଏକ ବୃତ୍ତର 16 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଜ୍ୟା ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $\overline{OP}$ ଦ୍ୱାରା D ବିନ୍ଦୁରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡିତ ହୁଏ । ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 10 ସେମି. ହେଲେ $\overline{DP}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

Given ଜ୍ୟା $\overline{AB} = 16cm$

ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $= OP = OA = 10cm$

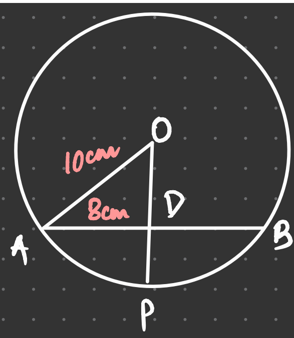
$AD = \frac{AB}{2} = 8cm$

$\triangle AOD$ ଏକ ସମକୋଣୀ $\triangle$

$AO = 10cm \quad AD = 8cm$

$OD = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6cm$

$\overline{DP} = 10 - 6 = 4cm$ (Ans)



4. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O । ଏକ ଜ୍ୟା $\overline{AB}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ D ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\overline{OD}$, $\angle AOB$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।

$\triangle AOD$ & $\triangle BOD$

$\overline{AO} = \overline{BO}$ (ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ)

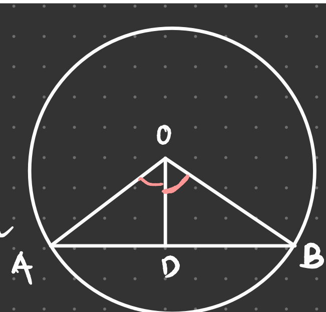
$\overline{AD} = \overline{BD}$ (Given)

$\overline{OD}$ ସାଧାରଣ ବାହୁ common

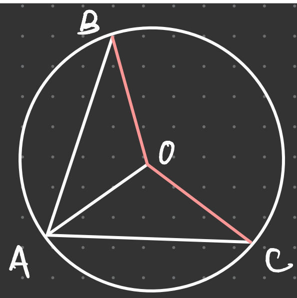
$\triangle AOD \cong \triangle BOD$ (ବା-ବା-ବା)

$\angle AOD = \angle BOD$

$\overline{OD}$ $\angle AOB$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ



5. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O । ଏହାର $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\overline{OA}$, $\angle BAC$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।



ΔAOB & ΔAOC

$\overline{AB} = \overline{AC}$ (given)

$\overline{OB} = \overline{OC}$ (radius)

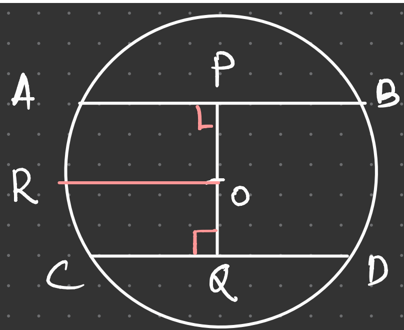
AO (common side)

$\Delta AOB \cong \Delta AOC$ (ବା-ବା-ବା)

$\angle BAO = \angle CAO$

$\Rightarrow \overline{AO}$, $\angle BAC$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ

6. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ଏବଂ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ଏହାର ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ଜ୍ୟା । P ଓ Q ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ O ବିନ୍ଦୁ, $\overleftrightarrow{PQ}$ ଉପରିସ୍ଥ ହେବ ।



Given AB ଓ CD ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ଜ୍ୟା

ଅଙ୍କନ $OR \parallel AB \parallel CD$

To prove: O, $\overline{PQ}$ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ

P $\overline{AB}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ

$\Rightarrow \overline{OP} \perp \overline{AB}$

Q $\overline{CD}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ $\overline{OQ} \perp \overline{CD}$ $\Rightarrow \angle APO = 90^\circ$ & $\angle CQO = 90^\circ$

$\overline{AB} \parallel \overline{OR}$, $\overline{OP}$ ଛେଦକ

$\angle APO + \angle ROP = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle ROP = 90^\circ$

$\overline{CD} \parallel \overline{OR}$, $\overline{OQ}$ ଛେଦକ

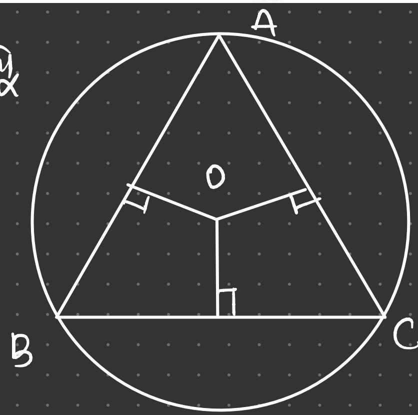
$\angle CQO + \angle ROQ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle ROQ = 90^\circ$

$\angle ROP + \angle ROQ = 180^\circ$

$\Rightarrow \overline{PQ}$, O ଏକ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ

7. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିକେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନେ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ - ପ୍ରମାଣ କର ।



Δର ପରିକେନ୍ଦ୍ର : Δର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରି ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରକୁ ଉକ୍ତ Δର ପରିକେନ୍ଦ୍ର କୁହାଯାଏ ।

* ସମବାହୁ Δର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

$\Rightarrow AB = BC = CA$

* ବୃତ୍ତ ପାଇଁ ସମବାହୁ Δର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ ବୃତ୍ତର ଜ୍ୟା ହେବେ ।

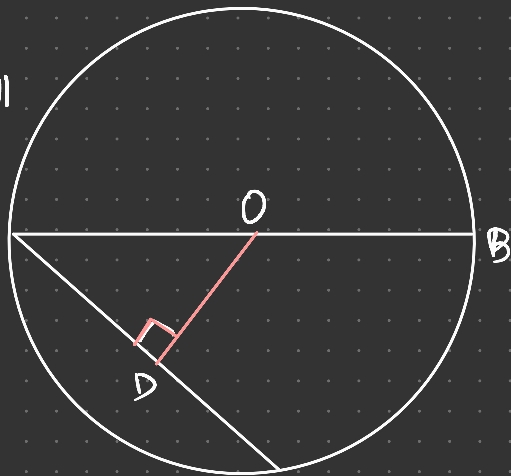
* ବୃତ୍ତର ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା ଗୁଡିକ କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ।

(T-8) Hence Proved

୪. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ବ୍ୟାସ ଏହାର ବୃହତ୍ତମ ଜ୍ୟା । (ସୂଚନା : ଏକ ଜ୍ୟାର କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ଦୂରତା $d \geq 0$ ଏବଂ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ହେଲେ ଜ୍ୟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $2\sqrt{r^2 - d^2} \leq 2r$ = ବ୍ୟାସ) ।

$\overline{AB}$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ

$\overline{AC}$ ବୃତ୍ତର ଯେ କୌଣସି ଏକ ଜ୍ୟା



* $\overline{OD} \perp \overline{AC}$ (Draw)

$\Rightarrow AD = \frac{1}{2} AC$ (T-7)

* $AO = \frac{1}{2} AB$

Δ ADO ଏକ ସମକୋଣୀ Δ

$AD^2 + OD^2 = AO^2$

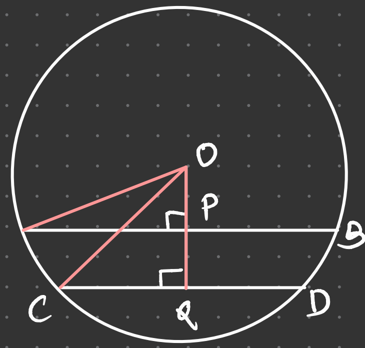
$\Rightarrow AO^2 > AD^2$

$\Rightarrow AO > AD$

$\Rightarrow 2AO > 2AD \Rightarrow AB > AC$

Hence ବ୍ୟାସ ବୃତ୍ତର ବୃହତ୍ତମ ଜ୍ୟା

୧. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ଜ୍ୟାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଅବସ୍ଥିତ । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଜ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ନୁହଁନ୍ତି ।



To proof $AB \neq CD$

draw : $\overline{OQ}$ such that

$OP \perp AB \Rightarrow AB = 2AP$

$OQ \perp CD \Rightarrow CD = 2CQ$

(ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ଜ୍ୟାର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଦ୍ୱୟ ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ରହିବେ ।)

AO ଓ CO ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

Δ AOP ଓ Δ COP ଏକ ସମକୋଣୀ Δ

$AO^2 = AP^2 + OP^2$ & $CO^2 = CQ^2 + OQ^2$

$\Rightarrow AP^2 + OP^2 = CQ^2 + OQ^2 \quad (\because AO = CO)$

$\Rightarrow AP^2 - CQ^2 = OQ^2 - OP^2 > 0$

$\Rightarrow AP^2 - CQ^2 > 0 \quad \Rightarrow AP > CQ$

$\Rightarrow 2AP > 2CQ$

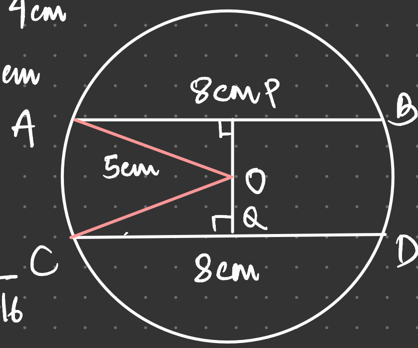
$\Rightarrow AB > CD$

$\Rightarrow AB \neq CD$ (Hence Proved)

10. $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ଜ୍ୟା । $AB = CD = 8$ ସେମି. । ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 5 ସେମି. ହେଲେ ଜ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

Draw $OP \perp AB \Rightarrow AP = \frac{1}{2} AB = 4cm$

$OQ \perp CD \Rightarrow CQ = \frac{1}{2} CD = 4cm$



$\overline{OA}$ radius $= 5\ cm$

ΔAPO ଏକ ସମକୋଣୀ Δ

$OA^2 = AP^2 + OP^2$

$25 = 16 + OP^2 \Rightarrow OP = \sqrt{25-16}$

$= 3cm$

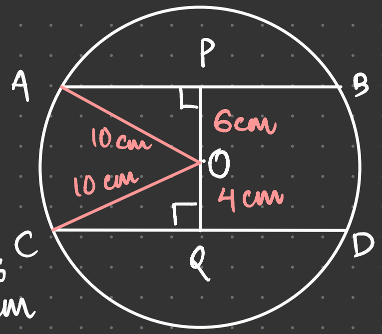
$\overline{OQ} = 3\ cm$ ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ

$PQ = OP + OQ = 6\ cm$ (Ans)

(ଗ) ବିଭାଗ

(11) 10 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ଜ୍ୟା $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା 10 ସେମି. । $\overline{AB}$ ଜ୍ୟା କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ 6 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେଲେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୨ଟି ସମାନ୍ତର ଜ୍ୟା ପ୍ରତି କେନ୍ଦ୍ରରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଦ୍ୱୟ ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ରହିବେ ।



Given $\overline{PQ} = 10cm$ $\overline{OP} = 6cm$

$\Rightarrow OQ = 10-6 = 4cm$

* ΔAOP ଏକ ସମକୋଣୀ Δ

$AO^2 = AP^2 + OP^2$

$10^2 = AP^2 + 6^2 \Rightarrow AP^2 = 100-36 = 64$

$\Rightarrow AP = \sqrt{64} = 8cm$

Alternate: (3,4,5) Pythagorian Triplet
hence (6,8,10) will also be P.T.

Given $AO = 10$, $OP = 6$, then $AP = 8cm$

$AB = 2AP$ $(\because \overline{OP} \perp \overline{AB}$ T-7)

$\boxed{AB = 2 \times 8 = 16cm}$

* ΔCOQ ଏକ ସମକୋଣୀ Δ

$CO^2 = CQ^2 + OQ^2 \Rightarrow 10^2 = CQ^2 + 4^2 \Rightarrow CQ^2 = 100-16 = 84$

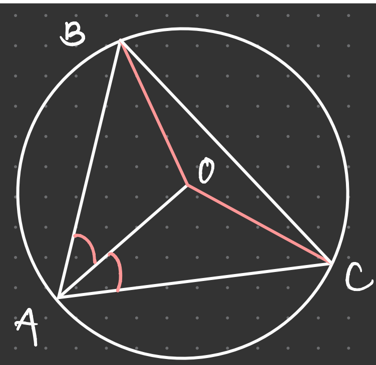
$\Rightarrow CQ = \sqrt{4 \times 21} = 2\sqrt{21}$

$CD = 2CQ$ $(\because \overline{OQ} \perp \overline{CD}$ T-7)

$\Rightarrow CD = 2 \times 2\sqrt{21}$

$\boxed{CD = 4\sqrt{21} cm}$

12. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ΔABC ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହୋଇଛି । ଯଦି $AB = AC$ ହୁଏ ପ୍ରମାଣ ଯେ $\angle BAC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ରଶ୍ମି ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଅଟେ ।



Given $AB = AC$

To proof : $\angle BAC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ରେଖା ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁଗାମୀ

Draw : AO , BO & CO

Proof : In

ΔAOB & ΔAOC

$AB = AC$ (given)

AO (common side ସାଧାରଣ ବାହୁ)

$BO = CO$ (ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ)

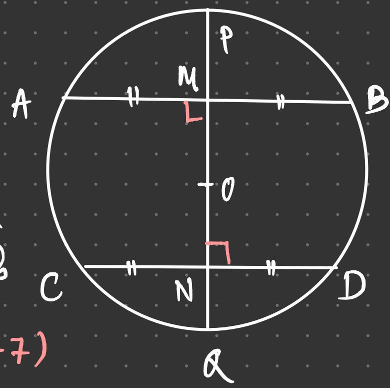
$\Delta AOB \cong \Delta AOC$

$\Rightarrow \angle BAO = \angle CAO$

Hence $\overline{AO}$ $\angle BAC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ (proved)

13. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଦୁଇଟି ଜ୍ୟା ଏକ ବ୍ୟାସ ଦ୍ୱାରା ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡିତ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କରେ ଯେ ଜ୍ୟା ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ।

PQ ବ୍ୟାସ AB ଓ CD ଜ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରୁଛି M ଓ N ବିନ୍ଦୁରେ



$\overline{OM}$, $\overline{AB}$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରୁଛି

$\Rightarrow \overline{OM} \perp \overline{AB}$

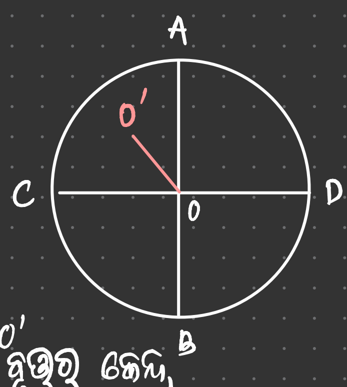
Similarly $\overline{ON} \perp \overline{CD}$ } (T-7)

ବର୍ତ୍ତମାନ $\angle AMO = 90^\circ = \angle DNO$ (ଏକାନ୍ତର କୋଣ)

$\Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ & $\overline{PQ}$ ଛେଦକ (Proved)

14. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଦୁଇଟି ଜ୍ୟା ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କଲେ ସେମାନଙ୍କ ଛେଦବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ହେବ । (ସୂଚନା : ଅସମ୍ଭବାୟନ ପ୍ରଣାଳୀ (Method of contradiction) ବ୍ୟବହାର କର)

$\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ଜ୍ୟା ପରସ୍ପର 'O' ବିନ୍ଦୁରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।



To prove : 'O' ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର

Let's assume O' ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର,

Draw : $\overline{O'O}$

ଯଦି O $\overline{AB}$ ଜ୍ୟାର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଏବଂ O' ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର

$\Rightarrow \overline{O'O} \perp AB \Rightarrow \angle O'OB = 90^\circ$

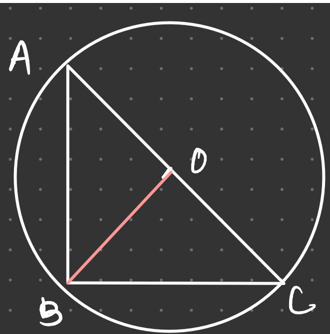
Similarly O $\overline{CD}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଏବଂ O' ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର

$\overline{O'O} \perp CD \Rightarrow \angle O'OC = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle O'OB = \angle O'OC$ (ଅସମ୍ଭବ)

$\Rightarrow$ O' ଓ O ଅଭିନ୍ନ ଏବଂ O ହିଁ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର

15. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଦୁଇଟି ଜ୍ୟା $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$, B ଠାରେ 90^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରନ୍ତି । ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ A, O ଏବଂ C ଏକ ଏକରେଖୀୟ ।



To prove: A, O, C ଏକରେଖୀୟ

$\Rightarrow \angle AOC = 180^0$

Draw: $\overline{BO}$

Prove:

In $\triangle AOB$

$\overline{AO} = \overline{BO}$ (ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ)

$\Rightarrow \angle ABO = \angle BAO$ (ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ)

$= x$

$\Rightarrow \angle AOB = 180^0 - 2x$

Similarly In $\triangle BOC$

$\overline{BO} = \overline{CO}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $\Rightarrow \angle BCO = \angle CBO$ (ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ)

$= y$

$\Rightarrow \angle COB = 180^0 - 2y$

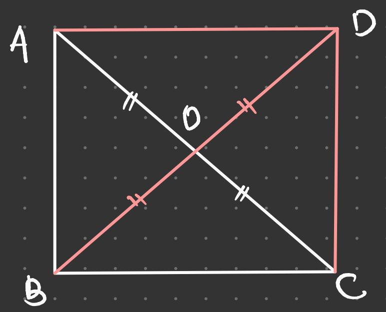
$\angle AOB + \angle COB = 180^0 - 2x + 180^0 - 2y$

$= 360^0 - 2(x+y)$

$= 360^0 - 2 \times 90^0 = 360^0 - 180^0$

$\Rightarrow \angle AOC = 180^0$ (Proved)

16. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ କର୍ଣ୍ଣର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ, ଏହାର ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଅଟେ ।



Given : ΔABC ଏକ ସମକୋଣୀ Δ

$\angle ABC = 90^\circ$ ଏବଂ

'O' AC କର୍ଣ୍ଣର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ

To prove :

'O' ΔABCର ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର

$AO = BO = CO$

Draw: Draw BD such that $\overline{BO} = \overline{DO}$

Prove: ΔAOB & ΔCOD

$AO = CO$ given
$BO = DO$ draw
$\angle AOB = \angle COD$

} $\Delta AOB \cong \Delta COD$ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା

$\angle BAO = \angle DCO$ ଏକାନ୍ତର କୋଣ

$AB = CD \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$

Again $\angle ABC = 90^\circ$

Hence ABCD ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର

$\Rightarrow AC = BD$ {ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମାନ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରିବେ}

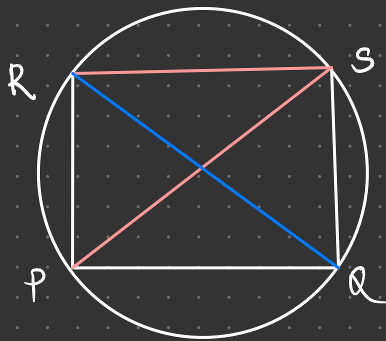
$\Rightarrow AO = CO = BO$ (ପରିବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ)

$\Rightarrow$ 'O' ΔABC ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର (proved)

17. $\overline{PQ}$ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଜ୍ୟା । P ଓ Q ଠାରେ ଉକ୍ତ ଜ୍ୟା ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ବୃତ୍ତକୁ ଯଥାକ୍ରମେ R ଓ S ଠାରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ PQSR ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ର ।

Given : $RP \perp PQ$ & $SQ \perp PQ$

To prove: PQRS ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର



Prove:

$\triangle RPQ$ ଏକ ସମକୋଣୀ $\triangle$

RQ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ $\triangle RPQ$ ର ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର

$\Rightarrow \overline{RQ}$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ

Similarly $\triangle PQS$ ଏକ ସମକୋଣୀ $\triangle$

PS ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ $\triangle PQS$ ର ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର

$\Rightarrow \overline{PS}$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ

$\Rightarrow \overline{RQ} = \overline{SP}$ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ

$\angle RPQ = \angle SQP = 90^\circ$

Hence PQRS ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର । (proved)

ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ

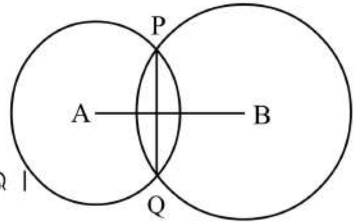
ଏବଂ କୋଣ 90°

18

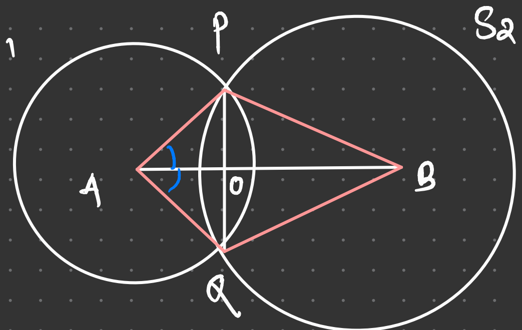
ଚିତ୍ର 2.17ରେ A ଓ B ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଏବଂ P ଓ Q ବୃତ୍ତ ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି ।

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ (i) $\overleftrightarrow{AB}$, $\overline{PQ}$ ସାଧାରଣ ଜ୍ୟାକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।

ଏବଂ (ii) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overline{PQ}$



Draw: AP , AQ
BP , BQ



Prove :

ΔAPB & ΔAQB

AP = AQ S_1ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

BP = BQ S_2ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

AB ସାଧାରଣ ବା Common ବାହୁ

$\Delta APB \cong \Delta AQB$ (ବା-ବା-ବା)

$\angle PAB = \angle QAB$ ——— (i)

ΔAOP & ΔAOQ

AP = AQ S_1ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

$\angle PAB = \angle QAB$ (i) ଅନୁସାରେ

AO ସାଧାରଣ ବାହୁ Common side

} $\Delta AOP \cong \Delta AOQ$ ବା-କୋ-ବା ।

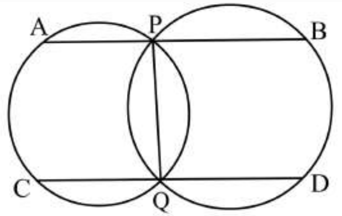
$\Rightarrow PO = QO$ [(i) proved]

$\angle POA = \angle QOA = \frac{180}{2} = 90^\circ$ ($\because \overline{PQ}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ $= 180^\circ$)

$\overline{AB} \perp \overline{PQ}$ [(ii) proved]

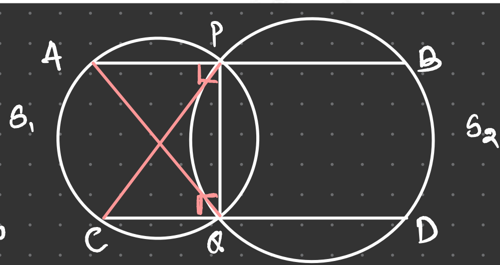
19.

ଚିତ୍ର 2.18ରେ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ପରସ୍ପରକୁ P ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । P ଠାରେ $\overline{PQ}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ବୃତ୍ତ ଦ୍ୱୟକୁ A ଓ B ଠାରେ ଛେଦ କରେ ଓ ସେହିପରି Q ଠାରେ $\overline{PQ}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ବୃତ୍ତ ଦ୍ୱୟକୁ C ଓ D ଠାରେ ଛେଦ କରେ । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ AB = CD



To Prove: AB = CD

Draw: AQ & CP



Prove:

ΔAPQ ଏକ ସମକୋଣୀ Δ ଏବଂ S_1 ଏହାର ପରିବୃତ୍ତ । ଏହାର ପରିକେନ୍ଦ୍ର Δର କର୍ଣ୍ଣର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁରେ ରହିବ ।

$\Rightarrow \overline{AQ}$ S_1ର ବ୍ୟାସ

Similarly $\overline{CP}$ ମଧ୍ୟ ଏକ ବ୍ୟାସ (ΔCPQ)

In ΔAPQ & ΔCQP

$\angle APQ = \angle CQP = 90°$
AQ = CP S_1ର ବ୍ୟାସ
$\overline{PQ}$ ସାଧାରଣ ବାହୁ

$\Delta APQ \cong \Delta CQP$ (ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା)

$\Rightarrow \boxed{AP = CQ}$ —— (i)

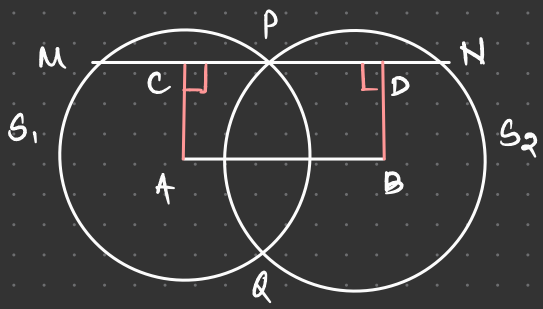
Similarly for circle S_2 we can prove that $\boxed{BP = DQ}$ —— (ii)

Adding (i) & (ii) we can say that

$AP + BP = CQ + DQ$

$\Rightarrow \boxed{AB = CD}$ (proved)

20 A ଓ B କେନ୍ଦ୍ର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ପରସ୍ପରକୁ P ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । P ମଧ୍ୟ ଦେଇ $\overline{AB}$ ସହିତ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ବୃତ୍ତ ଦ୍ୱୟକୁ M ଓ N ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, MN = 2AB ।
(ସୂଚନା : $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$, $\overline{MN}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରି ଦର୍ଶାଅ ଯେ, AB = CD)



To prove: $MN = 2AB$

Draw: $AC \perp MN$

$BD \perp MN$

Prove:

In circle S_1 MP ଏକ ଜ୍ୟା

$AC \perp MP \Rightarrow MC = CP$ (T-7)

In circle S_2 NP ଏକ ଜ୍ୟା

$BD \perp NP \Rightarrow ND = DP$ (T-7)

In ABCD $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ($\because \overline{AB} \parallel \overline{MN}$)

$\angle ACD = \angle BDC = 90^\circ$

$\Rightarrow$ ABCD ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର

$\Rightarrow AB = CD \Rightarrow 2AB = 2CD$

$= 2(CP + DP)$

$\Rightarrow 2AB = 2CP + 2DP$

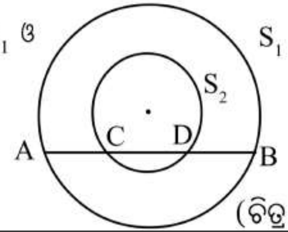
$= CP + CP + DP + DP$

$= MC + CP + ND + DP$

$\Rightarrow \boxed{2AB = MN}$ (proved)

21. ଚିତ୍ର 2.19 ରେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଦୁଇଟି ଏକ କେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତ S_1 ଓ S_2 କୁ ଯଥାକ୍ରମେ A, C, D ଓ B ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

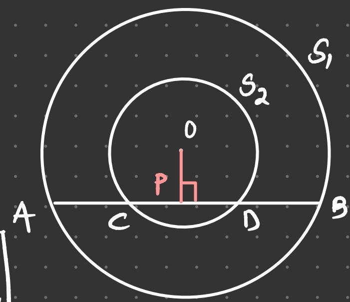
ପ୍ରମାଣ କର ଯେ AC = DB ।



(ଚିତ୍ର 2.19)

To prove AC = DB

Draw: OP ⊥ AB



Prove: In S_1 : $OP \perp AB \Rightarrow AP = BP = \frac{1}{2}AB$ (T-7)

In S_2 $OP \perp CD$ [As, S_1 & S_2 ଦୁଇଟି ଏକ କେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତ, $OP \perp AB$]

$\Rightarrow CP = DP = \frac{1}{2}CD$

$AP = BP \Rightarrow AP - CP = BP - DP$

$\Rightarrow AC = BD$ (proved)

୨୨. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ P ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଦୁଇଟି ଛେଦକ ବୃତ୍ତକୁ A, B ଏବଂ C, D ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ଯେପରି P-A-B ଏବଂ P-C-D । ଯଦି AB = CD ହୁଏ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ PA = PC ଏବଂ $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ।

To prove

$PA = PC$

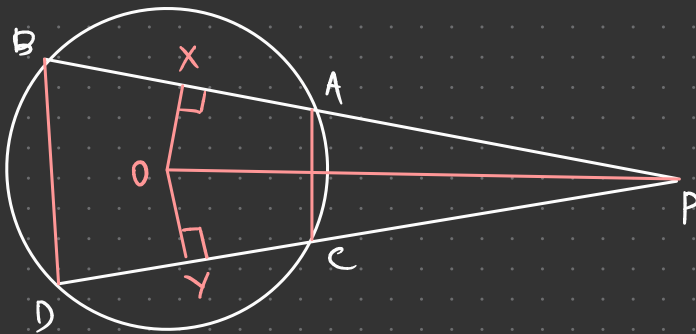
$AC \parallel BD$

Draw

$OX \perp AB$

$OY \perp CD$

OP



O ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର

Prove: $AB \perp OX \Rightarrow XA = XB = \frac{1}{2}AB$

$CD \perp OY \Rightarrow YC = YD = \frac{1}{2}CD$

$OX = OY$ [ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା କେନ୍ଦ୍ରରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ T-8]

ΔOXP & ΔOYP

$\angle PXO = \angle PYO = 90^\circ$

OP ସାଧାରଣ ବାହୁ Common side

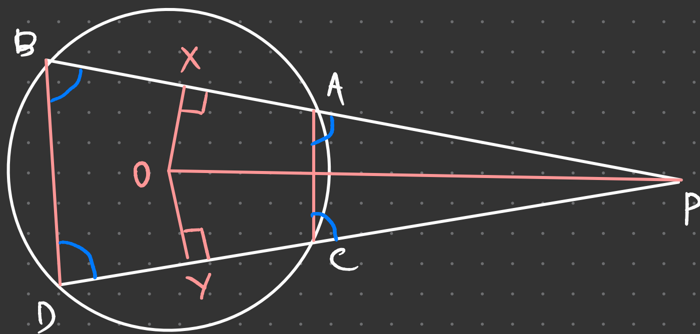
$OX = OY$

} $\Delta OXP \cong \Delta OYP$ ସ-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା

$\Rightarrow PX = PY \Rightarrow PX - AX = PY - CY \Rightarrow \boxed{PA = PC}$

↳ (i) (proved)

୨୨. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ P ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଦୁଇଟି ଛେଦକ ବୃତ୍ତକୁ A, B ଏବଂ C, D ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ଯେପରି P-A-B ଏବଂ P-C-D । ଯଦି AB = CD ହୁଏ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ PA = PC ଏବଂ $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ।



In ΔBPD

$BP = DP$ $[AP + AB = PC + CD]$

$\angle BDP = \angle DBP = y$

ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ ସମାନ

Now $\angle BPD = 180^\circ - 2y$

In ΔACP

$AP = CP$

$\Rightarrow \angle ACP = \angle CAP = x$

ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ ସମାନ

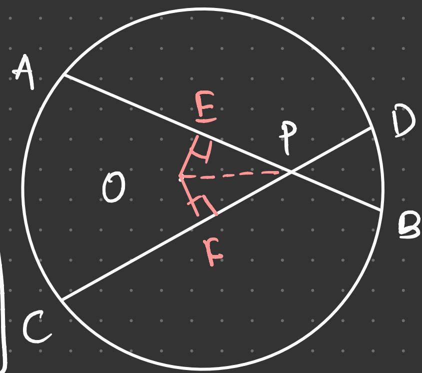
Now $\angle APC = 180^\circ - 2x$

$\angle BPD = \angle APC \Rightarrow x = y$

$\angle BPD = \angle APC$ ମାନେ ଏକାନ୍ତର କୋଣ

Hence $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$, $\overline{BP}$ ଛେଦକ (proved)

23\. ABC ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O । ଏହାର ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା ପରସ୍ପରକୁ ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ P ଠାରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । B ଓ C, $\overline{OP}$ ର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, (i) PA = PC ଏବଂ (ii) $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ।
(ସୂଚନା : $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ଏବଂ $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କରି O, P ଯୋଗ କର)



Draw : $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ $\overline{OF} \perp \overline{CD}$, OP

Prove :

ΔOEP & ΔOFP

$\angle OEP = \angle OFP = 90^\circ$

$\overline{OE} = \overline{OF}$ [$\overline{AB} = \overline{CD}$ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ସମଦୂର-ବର୍ତ୍ତୀ T-3]

$\overline{OP}$ ସାଧାରଣ ବାହୁ

$\Delta OEP \cong \Delta OFP$ (ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା)

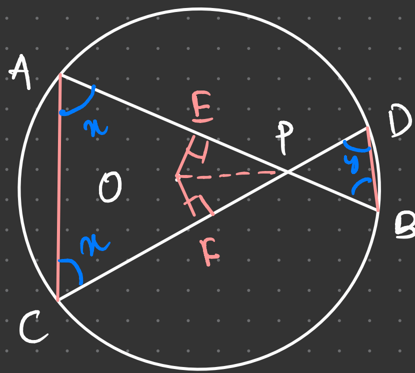
$\Rightarrow EP = FP$

As $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ & $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ we know that

$\overline{AE} = \overline{EB} = \frac{1}{2}AB$ & $\overline{CF} = \overline{DF} = \frac{1}{2}CD$ & $\overline{AB} = \overline{CD}$ (given)

$\Rightarrow AE = CF \Rightarrow AE + EP = CF + FP \Rightarrow \overline{AP} = \overline{CP}$ (proved)

23. ABC ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O । ଏହାର ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା ପରସ୍ପରକୁ ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ P ଠାରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । B ଓ C, $\overline{OP}$ ର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, (i) PA = PC ଏବଂ (ii) $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ।
(ସୂଚନା : $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ଏବଂ $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କରି O, P ଯୋଗ କର)



In ΔAPC

$AP = CP$ ((i) ରେ proved)

$\Rightarrow \angle ACP = \angle CAP = x$ [ସର୍ବସମ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ]

$\Rightarrow \angle APC = 180° - 2x$

ΔBPD $BP = DP$

$\Rightarrow \angle PBD = \angle PDB = y$ [ସର୍ବସମ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ]

$\Rightarrow \angle BPD = 180° - 2y$

But $\angle APC = \angle BPD$ (ପ୍ରତୀପ କୋଣ)

$\Rightarrow 180° - 2x = 180° - 2y$

$\Rightarrow \boxed{x = y}$

$\Rightarrow \angle CAB = \angle ABD$ ମାତ୍ର ଏମାନେ ଏକାନ୍ତର

$\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ (proved)